



# RISORSE DIDATTICHE.



**ResearchGate Project** By ... 0000-0001-5086-7401 & [lnkd.in/erZ48tm](https://www.linkedin.com/in/erZ48tm)



.....



.....



## INTRODUZIONE

INVALSI mette a disposizione una panoramica di domande che riguardano diversi ambiti di contenuto e obiettivi previsti dalle indicazioni nazionali, in linea con domande presenti nelle prove CBT di matematica di G8. Queste domande sono discusse in modo approfondito sia rispetto al quadro di riferimento di matematica, sia in termini di processi coinvolti nella risoluzione e di potenziali difficoltà e sviluppi didattici.

Per ogni domanda vengono fornite le sue caratteristiche, in particolare:

**Ambito di contenuto.** Ogni domanda fa riferimento a uno dei possibili ambiti di contenuto previsti dalle indicazioni nazionali: Numeri, Spazio e figure, Dati e previsioni, Relazioni e funzioni

**Dimensione.** Si riferisce ai possibili processi messi in atto per rispondere alle domande. Questa direzione trasversale è stata definita a partire dalle indicazioni curriculari e in particolar modo dai Traguardi per lo sviluppo delle competenze. Il gruppo di lavoro INVALSI sulle prove di Matematica ha quindi individuato un possibile raggruppamento secondo tre dimensioni denominate: Risolvere problemi, Argomentare, Conoscere. Le tre dimensioni derivano da riflessioni su aspetti ed elementi salienti delle attività matematiche e su risultati della ricerca in didattica della matematica, nonché da una accurata analisi delle prove fino a ora somministrate e dei loro risultati.

**Traguardo.** Ogni domanda fa riferimento a uno dei 10 traguardi per lo sviluppo delle competenze previsti dalle Indicazioni Nazionali per la classe III della scuola secondaria di I grado.

**Livello di difficoltà.** Viene stabilito sulla base della percentuale di risposte corrette che la domanda ha avuto in fase di pretest. Il livello facile di difficoltà corrisponde a percentuali di risposte corrette superiori al 65%, il livello medio corrisponde a percentuali di risposte corrette comprese tra il 65% e il 30% e il livello difficile a percentuali di risposte corrette inferiori al 30%.

**Risposta corretta.**

**Formato.** Le prove di matematica sono costituite da quesiti di diverse categorie: a risposta chiusa (scelta multipla o scelta multipla complessa, tipo Vero o Falso), a risposta aperta univoca, a risposta aperta articolata.

**Scopo della domanda:** definisce in modo specifico, anche in termini di conoscenze, che cosa si vuole principalmente valutare con quella domanda.

**Commento.** Ogni domanda è accompagnata da un commento in cui sono descritti gli aspetti più interessanti della domanda, come le difficoltà che gli studenti potrebbero incontrare nel rispondere, la spiegazione delle opzioni di risposta errate e inoltre sono forniti alcuni suggerimenti per l'utilizzo della domanda in classe.

Accanto ad alcune domande c'è il simbolo



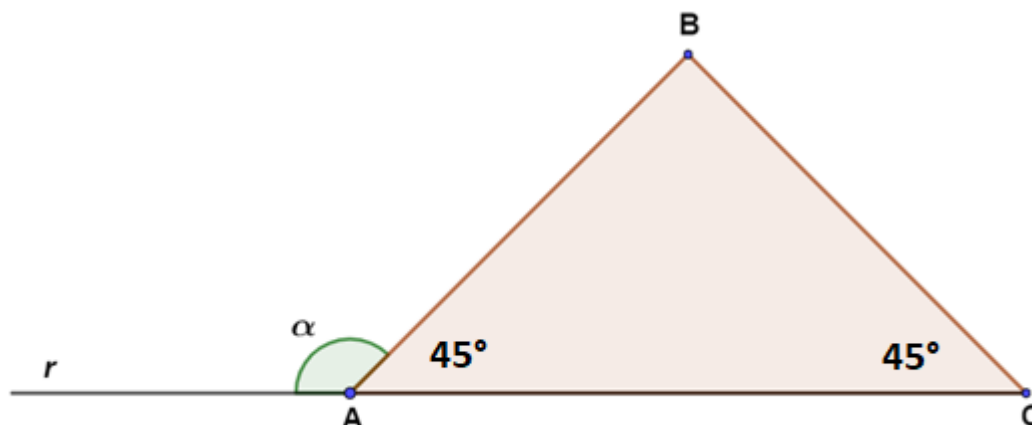
che sta ad indicare che è sconsigliato l'utilizzo della

calcolatrice in quanto il suo utilizzo modificherebbe lo scopo della domanda.



**DOMANDE DI SPAZIO E FIGURE**

**D1.** Osserva il triangolo rettangolo ABC. I due punti A e C giacciono sulla semiretta  $r$ .



È vero che l'ampiezza dell'angolo  $\alpha$  è  $135^\circ$ ?

Nella tabella che segue indica la sola argomentazione che giustifica la risposta corretta.

Sì, perché...	
A.	<input type="checkbox"/> la somma delle ampiezze degli angoli esterni di un triangolo è sempre $360^\circ$
B.	<input type="checkbox"/> la somma di $135^\circ$ e $45^\circ$ è $180^\circ$

No, perché ...	
C.	<input type="checkbox"/> ABC è un triangolo rettangolo
D.	<input type="checkbox"/> $45^\circ < 90^\circ$

**Ambito:** Spazio e figure

**Livello di difficoltà:** Medio

**Risposta corretta:** B

**Dimensione:** Argomentare

**Traguardo:** Produce argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite (ad esempio sa utilizzare i concetti di proprietà caratterizzante e di definizione).

**Formato:** Scelta multipla

**Scopo della domanda:** Argomentare sulle proprietà di angoli supplementari in contesto



**INVALSI** Istituto nazionale per la valutazione del sistema educativo di istruzione e di formazione

*Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004*

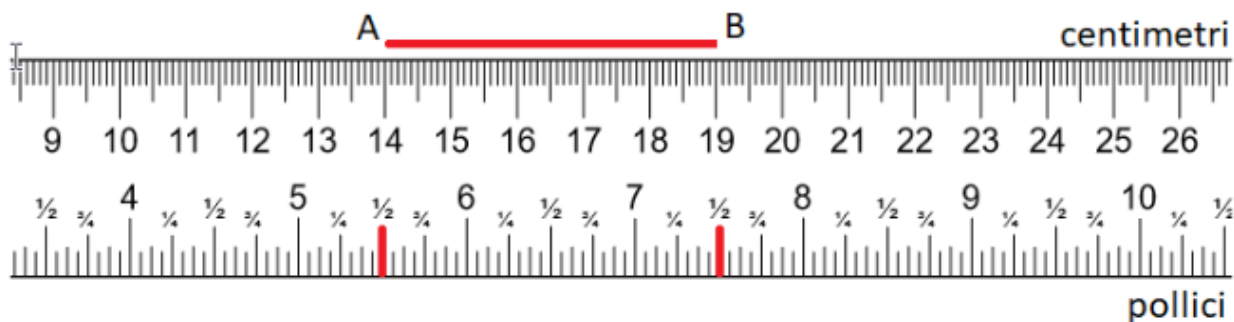
**Commento**

La domanda vuole indagare se lo studente è in grado di scegliere l'argomentazione che spiega perché l'ampiezza dell'angolo  $\alpha$  è  $135^\circ$ . Non si tratta di risolvere un problema geometrico con delle incognite, ma piuttosto di identificare, una volta compresa l'ampiezza dell'angolo, l'argomentazione che giustifica la risposta alla domanda, cioè il Sì, perché, scegliendo tra le diverse opzioni presenti in tabella.

Sull'argomentazione, è disponibile il video "Argomentare in matematica" sul sito: [www.invalsiopen.it](http://www.invalsiopen.it).



**D2.** Il righello rappresentato in figura può essere utilizzato per misurare sia in centimetri sia in pollici.



**Il segmento AB in figura è lungo 5 cm.**

**Qual è la lunghezza in pollici del segmento AB?**

- A. ☐ Circa 2
- B. ☐ Circa 4
- C. ☐ Circa 5 e  $\frac{1}{2}$
- D. ☐ Circa 7 e  $\frac{1}{2}$

**Ambito:** Spazio e figure

**Livello di difficoltà:** Medio

**Risposta corretta:** A

**Dimensione:** Conoscere

**Traguardo:** L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni.

**Formato:** Scelta multipla

**Scopo della domanda:** Determinare una lunghezza utilizzando una scala graduata non usuale

**Commento**

La domanda mostra un righello con due diverse unità di misura: centimetri e pollici e chiede allo studente di fornire la misura del segmento AB in pollici a partire dalla sua misura in centimetri. L'opzione di risposta B identifica gli studenti che contano 4 tacche a partire da 5 e mezzo (le tacche del 6, del 6 e mezzo, del 7 e del 7



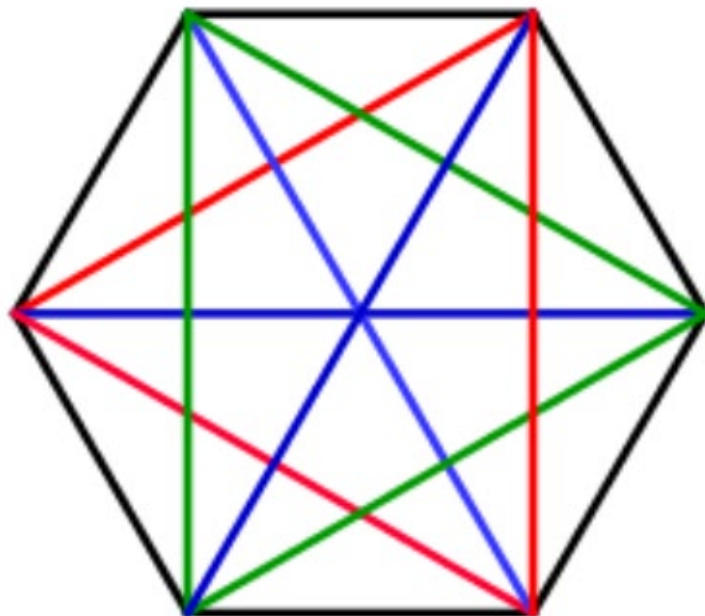
**INVALSI Istituto nazionale per la valutazione del sistema educativo di istruzione e di formazione**

*Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004*

e mezzo). Le opzioni C e D possono essere scelte dagli studenti che leggono la misura in corrispondenza rispettivamente della prima o dell'ultima tacca rossa, considerandola a partire da 0.



**D3. Osserva questo esagono regolare e le sue diagonali.**



**Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).**

		V	F
a.	Da ogni vertice escono 3 diagonali	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	L'esagono ha 6 diagonali	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	Ogni diagonale interseca altre 3 diagonali	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d.	Tutte le diagonali hanno uno stesso punto in comune	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**Ambito:** Spazio e figure

**Livello di difficoltà:** Facile

**Risposta corretta:** V F F F (la risposta è corretta se sono corrette tutte e quattro le risposte)

**Dimensione:** Conoscere

**Traguardo:** Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi.

**Formato:** Scelta multipla complessa

**Scopo della domanda:** Ricavare la veridicità o meno di affermazioni che riguardano le diagonali di una figura geometrica data





**INVALSI** Istituto nazionale per la valutazione del sistema educativo di istruzione e di formazione

*Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004*

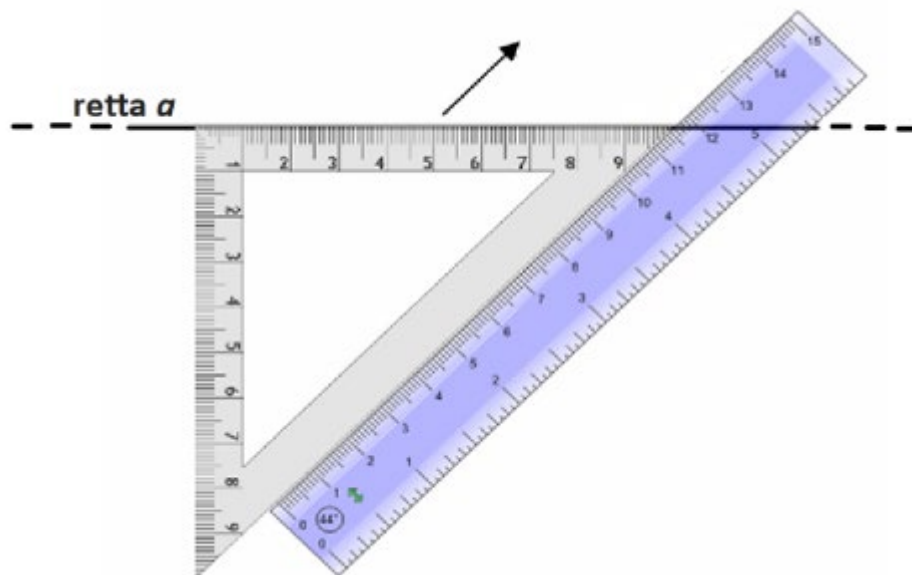
### **Commento**

La figura mostra un esagono e le sue 9 diagonali. Per rispondere correttamente alla domanda, lo studente deve osservare con attenzione la figura, perché la veridicità o meno delle affermazioni da prendere in considerazione, che riguardano le diagonali, può essere ricavata direttamente dal disegno. L'opzione c. è la più impegnativa poiché ciascuna delle diagonali in rosso e in verde interseca tre diagonali, mentre ciascuna di quelle in azzurro ne interseca solo due.

In relazione a questa domanda, è disponibile il video "Riconoscere caratteristiche e proprietà delle figure geometriche" sul sito Invalsi Open al seguente link: <https://www.invalsiopen.it/percorsi-strumenti-invalsi/matematica/video-formativi-matematica/>.



**D4. Osserva l'immagine.**



**Se fai scorrere la squadra lungo il righello nel verso indicato dalla freccia, mantenendo il righello fermo nella sua posizione, quali rette puoi disegnare?**

- A. ☐ Solo rette parallele alla retta  $a$
- B. ☐ Solo rette perpendicolari alla retta  $a$
- C. ☐ Rette incidenti alla retta  $a$  e non perpendicolari alla retta  $a$
- D. ☐ Rette sia perpendicolari sia parallele alla retta  $a$

**Ambito:** Spazio e figure

**Livello di difficoltà:** Medio

**Risposta corretta:** D

**Dimensione:** Conoscere

**Traguardo:** Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi

**Formato:** Scelta multipla

**Scopo della domanda:** Determinare quali rette possono essere tracciate in un dato contesto

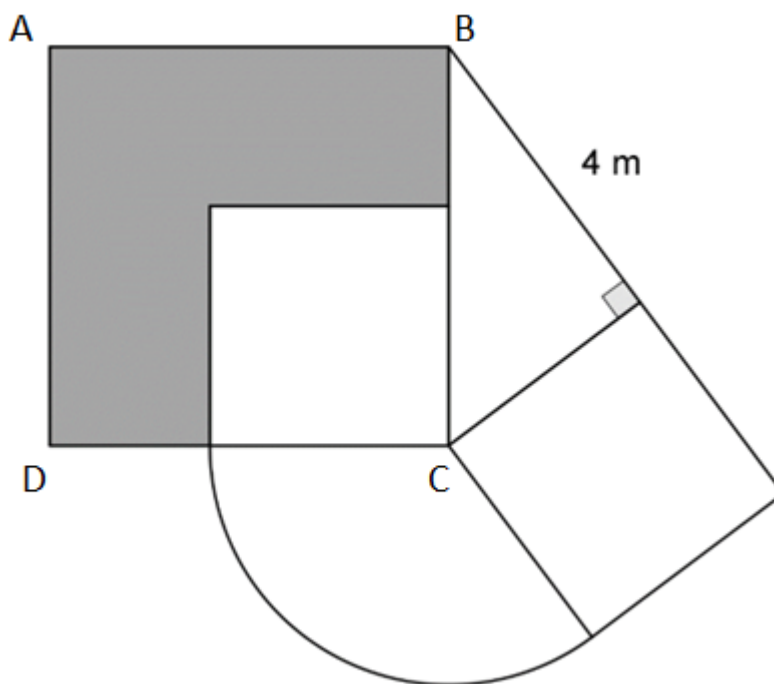


**Commento**

La domanda richiama una situazione familiare per gli studenti, in cui si immagina di posizionare una squadra su un righello e di farla scorrere lungo il righello mentre questo è mantenuto fermo. In tale situazione, via via che la squadra è mossa verso l'alto, è possibile tracciare linee rette sfruttando i due cateti della squadra: si possono così ottenere rette sia parallele sia perpendicolari alla retta già tracciata, a seconda che si utilizzi il cateto orizzontale oppure quello verticale. Le opzioni errate di risposta identificano gli studenti che immaginano solo uno di questi due tipi di rette (solo parallele o solo perpendicolari), oppure rette incidenti, ma non perpendicolari, alla retta data, che potrebbero essere tracciate utilizzando il righello (non la squadra).



**D5.** L'immagine mostra: tre quadrati, un triangolo rettangolo, un arco di circonferenza di centro C e raggio congruente al lato dei quadrati bianchi e una parte grigia. Un cateto del triangolo rettangolo è lungo 4 metri.



**a.** Completa la seguente frase, scegliendo tra le alternative proposte.  
Il lato del quadrato ABCD ha la stessa lunghezza .....

- A. ☐ dell'ipotenusa del triangolo rettangolo
- B. ☐ del cateto maggiore del triangolo rettangolo
- C. ☐ del diametro del cerchio
- D. ☐ del doppio del cateto minore

**b.** Qual è l'area della parte grigia della figura?

**Scrivi come hai fatto per trovare la risposta e poi riporta sotto il risultato.**

.....  
.....

**Risultato:** ..... m<sup>2</sup>



**Ambito:** Spazio e figure

**Livello di difficoltà:** a. Facile; b. Difficile

**Risposta corretta:** a. A

- b. 16. Spiegazione: l'area del quadrato ABCD è uguale alla somma delle aree dei due quadrati costruiti sui cateti del triangolo rettangolo (per il teorema di Pitagora). Ma il quadrato ABCD è formato dalla parte grigia e dal quadrato bianco che corrisponde al quadrato costruito sul cateto minore. Quindi la parte grigia avrà l'area uguale all'area del quadrato costruito sul cateto maggiore, quindi  $16 \text{ m}^2$ .

**Dimensione:** a. Conoscere

b. Argomentare

**Traguardo:** a. Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi

b. Produce argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite (ad esempio sa utilizzare i concetti di proprietà caratterizzante e di definizione).

**Formato:** a. Scelta multipla b. Risposta aperta articolata

**Scopo della domanda:** a. Riconoscere relazioni tra elementi di figure geometriche date

b. Applicare il teorema di Pitagora in un contesto non standard

### **Commento**

Il primo item serve per familiarizzare con la figura che è molto complessa. Infatti, riconoscendo che il lato del quadrato ABCD corrisponde all'ipotenusa del triangolo rettangolo, lo studente comincia a porre l'attenzione sul fatto che ABCD può essere considerato il quadrato costruito sull'ipotenusa del triangolo.

Il secondo item è difficile: si potrebbe pensare che non sia possibile rispondere perché non ci sono abbastanza dati. Bisogna quindi spendere tempo per analizzare il quesito con la classe, soprattutto è necessario discutere che cosa rappresentino le varie parti della figura intera e perché sono state disegnate. Ad esempio, perché è stato disegnato l'arco di circonferenza? Per mostrare che il lato di un quadrato bianco è congruente al lato dell'altro quadrato bianco e, di conseguenza, che i quadrati bianchi hanno la stessa area. Una volta esplorate la figura intera e le sue parti, per risolvere il problema è necessario applicare il teorema di Pitagora. Il quadrato ABCD non è altro che il quadrato costruito sull'ipotenusa, quindi la sua area è uguale alla somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti. Il quadrato costruito sul cateto minore corrisponde al quadrato bianco e la sua area è la



**INVALSI Istituto nazionale per la valutazione del sistema educativo di istruzione e di formazione**

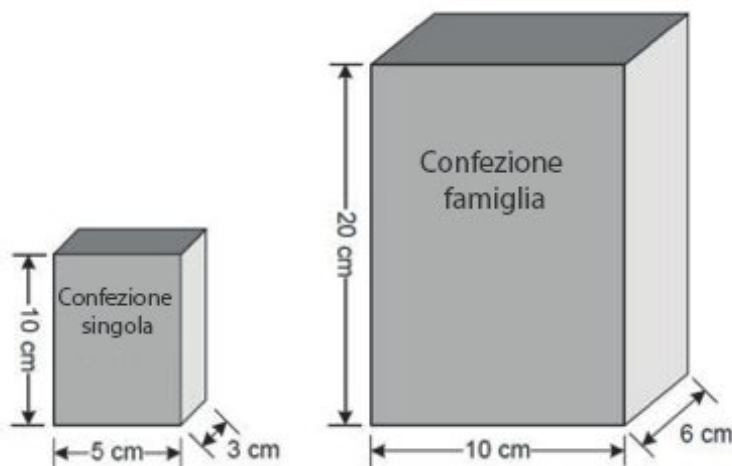
*Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004*

differenza tra l'area di ABCD e l'area della parte grigia, mentre l'area del quadrato costruito sul cateto maggiore, che è uguale a  $16 \text{ m}^2$ , corrisponde proprio all'area cercata della parte grigia.

In relazione a questa domanda, è disponibile il video "Riconoscere caratteristiche e proprietà delle figure geometriche" sul sito Invalsi Open al seguente link: <https://www.invalsiopen.it/percorsi-strumenti-invalsi/matematica/video-formativi-matematica/>.



**D6. La figura mostra due confezioni di cereali.**



**Le due confezioni, a forma di parallelepipedo rettangolo, sono entrambe piene.**

**Quante confezioni singole devo comprare per avere la stessa quantità di cereali della confezione famiglia?**

**Risposta:** ..... confezioni singole

**Ambito:** Spazio e figure

**Livello di difficoltà:** Medio

**Risposta corretta:** 8

**Dimensione:** Risolvere problemi

**Traguardo:** Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza

**Formato:** Risposta univoca

**Scopo della domanda:** Calcolare il rapporto tra i volumi di due parallelepipedi a partire dalle relazioni tra le lunghezze dei lati corrispondenti

**Commento**

Due sono le possibili strategie di risoluzione di questa domanda, che denotano anche due tipi diversi di ragionamento. Uno più procedurale, cioè quello dello studente che calcola il volume di ogni



**INVALSI Istituto nazionale per la valutazione del sistema educativo di istruzione e di formazione**

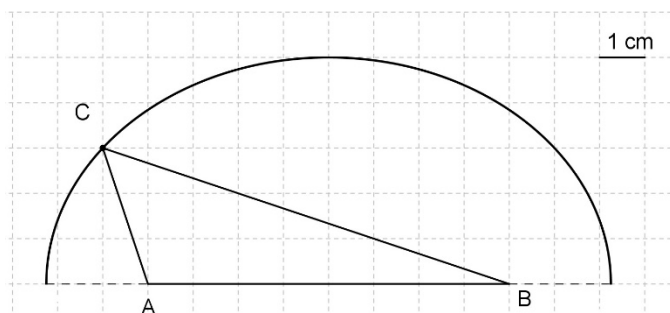
*Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004*

confezione e poi fa il rapporto tra i due volumi (1200/150). Uno più maturo dello studente che trova la relazione tra i volumi a partire da una relazione lineare, per la quale ogni dimensione della confezione famiglia è lunga il doppio della corrispondente dimensione della confezione singola, così che il rapporto tra i volumi è uguale a  $2^3$  o 8.





**D7. Osserva la figura.**



**Qual è l'area del triangolo ABC?**

- A. ☐ 11 cm<sup>2</sup>
- B. ☐ 12 cm<sup>2</sup>
- C. ☐ 22 cm<sup>2</sup>
- D. ☐ 24 cm<sup>2</sup>

**Ambito:** Spazio e figure

**Livello di difficoltà:** Medio

**Risposta corretta:** B

**Dimensione:** Conoscere

**Traguardo:** Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi

**Formato:** Scelta multipla

**Scopo della domanda:** Calcolare l'area di un triangolo ricavando i dati utili da una figura data

### **Commento**

La difficoltà di questa domanda, per gli studenti, risiede nell'individuazione dell'altezza da prendere in considerazione per il calcolo dell'area del triangolo ottusangolo dato. Errori comuni sono considerare il segmento ortogonale dal vertice A al lato BC come altezza, oppure confondere il



**INVALSI Istituto nazionale per la valutazione del sistema educativo di istruzione e di formazione**

*Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004*

calcolo dell'area con quello del perimetro in riferimento al rettangolo di cui il triangolo dato è la metà (il perimetro di tale rettangolo è 22). C'è anche chi scorda la divisione per 2. Questa domanda induce dunque a riflettere ancora una volta sull'individuazione e sul significato di altezze di un triangolo.

In relazione a questa domanda, è disponibile il video "Aree di superfici piane" sul sito Invalsi Open al seguente link: <https://www.invalsiopen.it/percorsi-strumenti-invalsi/matematica/video-formativi-matematica/>.



**DOMANDE NUMERI**

**D8.** Due classi si riuniscono nella palestra della scuola di Marco. Per contare il numero degli alunni presenti, la professoressa chiede di disporsi in file parallele formate tutte dallo stesso numero di alunni.

Marco vede 3 compagni alla sua sinistra e 2 alla sua destra, 4 davanti a sé e 5 dietro di sé.

**Quanti sono gli alunni in palestra?**

**Risposta:** .....

**Ambito:** Numeri

**Livello di difficoltà:** Difficile

**Risposta corretta:** 60

**Dimensione:** Risolvere problemi

**Traguardo:** Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza

**Formato:** Risposta univoca

**Scopo della domanda:** Utilizzare le relazioni fornite in un testo per visualizzare una situazione reale e contare un numero di persone

**Commento**

Per risolvere questa domanda è necessario immaginare la situazione nella realtà: se una persona ha 3 persone alla sua sinistra e 2 alla sua destra significa che la fila è composta da 6 persone in tutto, mentre il fatto che ne ha 4 davanti a sé e 5 dietro di sé significa che ci sono 10 file in tutto. Gli studenti con maggiori difficoltà possono ricorrere a uno schema per visualizzare il numero dei compagni di Marco disposti nelle diverse direzioni. Un errore frequente è quello di non considerare Marco nel conteggio, oppure di contarla una sola volta (in una sola direzione).



**D9. Il successivo di un numero naturale  $a$  è sempre minore del doppio di  $a$ ?**

Nella tabella che segue indica la sola argomentazione che giustifica la risposta corretta.

Sì, perché...	No, perché ...
A. <input type="checkbox"/> il successivo di $a$ si ottiene aggiungendo 1 e il doppio di $a$ si ottiene moltiplicando $a$ per 2	C. <input type="checkbox"/> $a$ è sempre minore del suo successivo
B. <input type="checkbox"/> se $a = 3$ il successivo di $a$ è minore del doppio di $a$	D. <input type="checkbox"/> se $a = 1$ il successivo di $a$ è uguale al doppio di $a$

**Ambito:** Numeri

**Livello di difficoltà:** Difficile

**Risposta corretta:** D

**Dimensione:** Argomentare

**Traguardo:** Produce argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite (ad esempio sa utilizzare i concetti di proprietà caratterizzante e di definizione).

**Formato:** Scelta multipla

**Scopo della domanda:** Individuare l'argomentazione corretta che permette di mettere in relazione due numeri naturali

**Commento**

La difficoltà di questa domanda risiede nel mettere in relazione il successivo di un numero naturale con il doppio del numero. Infatti, la domanda chiede se accade sempre che il successivo di un numero naturale  $a$  è minore del doppio di  $a$  e poi di scegliere l'argomentazione corretta che giustifica la risposta. Per rispondere in maniera opportuna è necessario esplorare più casi, sostituendo  $a$  con diversi numeri. Per  $a > 1$  la risposta è Sì, come nel caso dell'opzione B. Ma per  $a$  uguale a 0 o a 1 la risposta è No. Infatti, per  $a = 0$ ,  $a + 1 = 1$  e  $2a = 0$  e non è vero che  $1 < 0$ . In modo analogo, per  $a = 1$ , il successivo è 2 e il doppio è sempre 2, quindi il successivo di  $a$  e il doppio di  $a$  sono uguali. Questi casi forniscono due controesempi per l'affermazione iniziale (ovvero il fatto che il successivo di un numero naturale  $a$  è sempre minore del doppio di  $a$ ), la quale dunque non è sempre vera. L'opzione di risposta D corrisponde proprio al secondo controesempio. Ampliando l'orizzonte, la domanda si focalizza sul ruolo centrale del controesempio nel processo dimostrativo in matematica (basta trovare un controesempio per confutare la verità di un'affermazione).



**INVALSI Istituto nazionale per la valutazione del sistema educativo di istruzione e di formazione**

*Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004*

In relazione a questa domanda, sono disponibili i video “Lettere e simboli” e “Dal linguaggio verbale al linguaggio simbolico” sul sito Invalsi Open al seguente link: <https://www.invalsiopen.it/percorsi-strumenti-invalsi/matematica/video-formativi-matematica/>.



**D10.** Il numero  $1\,000^{100}$  è uguale a:

- A. ☐  $10^{100\,000}$
- B. ☐  $10^{103}$
- C. ☐  $10^6$
- D. ☐  $10^{300}$

**Ambito:** Numeri

**Livello di difficoltà:** Difficile

**Risposta corretta:** D

**Dimensione:** Conoscere

**Traguardo:** L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni

**Formato:** Scelta multipla

**Scopo della domanda:** Individuare una potenza di 10 come risultato di una potenza di 1000 (o mettere in relazione una potenza di 10 con una potenza di 1000)

**Commento**

Per rispondere correttamente a questa domanda è necessario applicare la proprietà delle potenze che riguarda la potenza di una potenza. Infatti, il numero 1000 può essere scritto come  $10^3$  da cui la potenza  $1000^{100}$  diventa  $(10^3)^{100}$ , quindi  $10^{300}$ . La prima opzione di risposta individua gli studenti che scelgono come esponente il prodotto di  $1000 \times 100$ : è risultata essere la risposta più attrattiva, scelta più della risposta corretta. L'opzione B è scelta dagli studenti che, invece di moltiplicare 100 e 3, sommano i due numeri. Infine, l'opzione C riguarda coloro che moltiplicano il numero di zeri della base, 3, e il numero di zeri dell'esponente, 2.

In relazione a questa domanda, è disponibile il video "La rappresentazione dei numeri – Scrivere e leggere i numeri" sul sito Invalsi Open al seguente link: <https://www.invalsiopen.it/percorsi-strumenti-invalsi/matematica/video-formativi-matematica/>.



**D11.** A dicembre il prezzo di un paio di scarpe era 115 euro. A febbraio, con i saldi, le scarpe sono state scontate del 30%. L'ultimo giorno di saldi, il prezzo scontato subisce un ulteriore sconto del 40%.

**Qual è il prezzo delle scarpe l'ultimo giorno di saldi?**

- A. ☐ 69 euro
- B. ☐ 34,50 euro
- C. ☐ 48,30 euro
- D. ☐ 80,50 euro

**Ambito:** Numeri

**Livello di difficoltà:** Difficile

**Risposta corretta:** C

**Dimensione:** Risolvere problemi

**Traguardo:** Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza

**Formato:** Scelta multipla

**Scopo della domanda:** Calcolare una percentuale di percentuale su un prezzo in un contesto dato

### **Commento**

Questa domanda richiede di calcolare per due volte una percentuale, utilizzando valori diversi: è necessario calcolare prima lo sconto del 30% sulla cifra iniziale per conoscere il costo delle scarpe nel mese di febbraio, poi lo sconto del 40% sul risultato ottenuto. L'opzione A corrisponde al prezzo iniziale scontato del 40% (lo sconto finale). L'opzione B corrisponde al solo calcolo del 30% di 115, quindi al solo sconto iniziale. L'opzione D attira chi pensa che alla fine lo sconto sia del 70% e calcola il 70% di 115. Questo è un errore molto diffuso: in presenza di due percentuali di sconto, gli studenti tendono a sommarle per ottenere lo sconto totale.

Gli studenti possono fare diverse riflessioni a partire da questo quesito, utili per rinforzare il concetto di percentuale e il calcolo con le percentuali: innanzitutto, se un articolo subisce uno sconto del 30%, il prezzo scontato sarà uguale al 70% del prezzo iniziale. Altro aspetto da sottolineare è che per calcolare il 70% del prezzo iniziale, si può moltiplicare direttamente



quest'ultimo per 0,70. Una volta risolta in maniera corretta la domanda, possono essere poste agli studenti nuove domande, ad esempio:

- A quale percentuale del prezzo iniziale corrisponde il prezzo finale e come faccio per calcolarla? (Al 42%, basta impostare la proporzione  $115 : 100 = 48,30 : x$ )
- Avrei potuto calcolare questa percentuale senza calcolare le due percentuali separatamente? (Sì, perché il calcolo è  $115 \times 0,70 \times 0,60 = 115 \times 0,42$ )
- Perché sarebbe errato, per trovare la percentuale finale di sconto, moltiplicare  $115 \times 0,30 \times 0,40$ ? (Perché il valore su cui è calcolato il 40% non è il 30% di 115, ma il 70% di 115).
- Ci sono altre strategie per calcolare la percentuale? (Ad esempio il passaggio all'unità)





**D12. Giulia sceglie una confezione di cachi nel negozio A.**



**Posa la confezione sulla bilancia, legge quanto pesa e paga alla cassa.**



**Giulia vede poi il seguente cartello nel negozio B.**

Cachi **3,50 €**  
la confezione  
(800 g)



**Quanto ha risparmiato Giulia acquistando i tre cachi nel negozio A?**

**Risposta:** .....



**INVALSI** Istituto nazionale per la valutazione del sistema educativo di istruzione e di formazione

*Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004*

**Ambito:** Numeri

**Livello di difficoltà:** Medio

**Risposta corretta:** 0,30 € o 30 centesimi

**Dimensione:** Risolvere problemi

**Traguardo:** Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza

**Formato:** Risposta univoca

**Scopo della domanda:** Individuare il costo di una confezione di cachi utilizzando la relazione tra costo al kg e peso e calcolare la differenza tra due costi espressi in modalità differenti

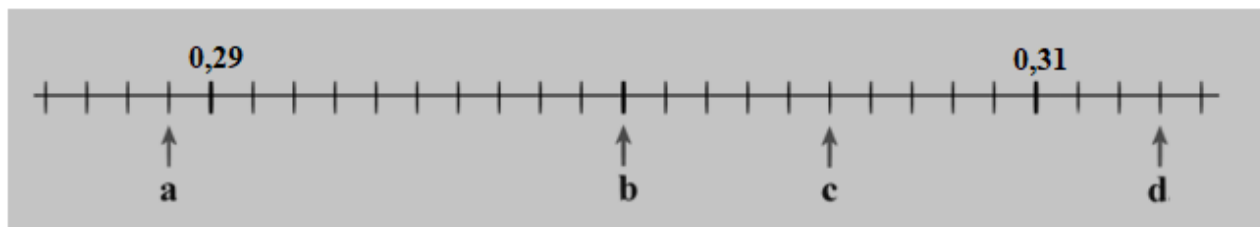
### **Commento**

Questa domanda presenta un problema legato a una situazione di vita reale, che può essere riferito all'ambito dell'educazione finanziaria. La risoluzione di un tale problema rientra nelle competenze di cittadinanza. Diversi sono i dati da prendere in considerazione per la risoluzione: il costo dei cachi nei due diversi negozi, espresso in due modalità differenti, l'una riferita al prezzo al chilogrammo e l'altra al prezzo per 800 g, e le diverse unità di misura utilizzate, chilogrammi e grammi. Lo studente deve calcolare il prezzo di 800 g di cachi nel negozio A e confrontarlo con il prezzo della stessa quantità di cachi del negozio B.

In relazione a questa domanda è disponibile il video "Dalla proporzionalità ai modelli matematici" sul sito Invalsi Open al seguente link: <https://www.invalsiopen.it/percorsi-strumenti-invalsi/matematica/video-formativi-matematica/>.



**D13. Osserva la retta dei numeri.**



Per ciascuna posizione individuata dalla freccia, indica con una crocetta il numero corrispondente.

Non tutti i numeri in tabella devono essere posizionati.

		0,28	0,289	0,3	0,34	0,305	0,313
a.	Numero nella posizione a	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	Numero nella posizione b	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	Numero nella posizione c	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d.	Numero nella posizione d	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**Ambito:** Numeri

**Livello di difficoltà:** Difficile

**Risposta corretta:**

		0,28	0,289	0,30	0,34	0,305	0,313
a.	Numero nella posizione a.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	Numero nella posizione b.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	Numero nella posizione c.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d.	Numero nella posizione d.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

**Dimensione:** Conoscere

**Traguardo:** L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni.

**Formato:** Risposta univoca



**INVALSI** Istituto nazionale per la valutazione del sistema educativo di istruzione e di formazione

*Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004*

**Scopo della domanda:** Individuare la metrica di una data retta dei numeri per posizionare numeri sulla retta

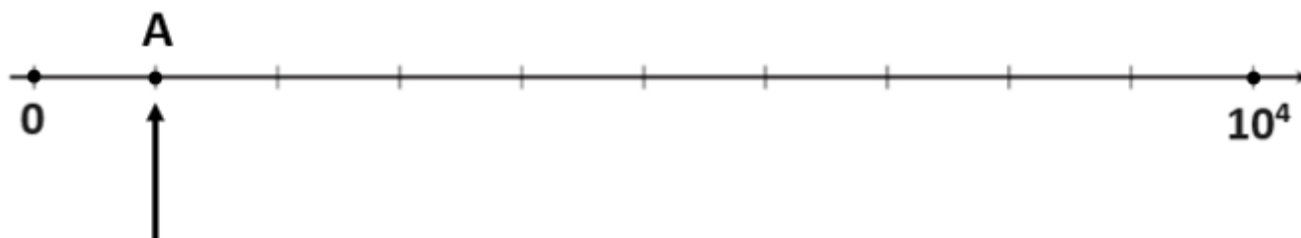
### **Commento**

Questa domanda richiede di individuare i numeri che corrispondono ad alcune posizioni su una data retta dei numeri. La difficoltà della domanda risiede principalmente nell'individuazione della metrica della retta che è pari a 0,001. Che i possibili numeri da inserire siano forniti agli studenti semplifica la domanda. Errori frequenti possono essere legati al posizionamento di 0,28 e di 0,34 rispettivamente nelle posizioni a e d.

A partire da questa domanda, gli studenti possono lavorare sulla strategia adatta per trovare la metrica della retta. Possono, ad esempio, partire dall'osservazione che la differenza tra 0,29 e 0,31 è uguale a 0,02 e che questa differenza corrisponde a 20 tacche, quindi è necessario dividere 0,02 per 20 per trovare l'ampiezza di una tacca (anche questa operazione non è semplice). Oppure possono procedere per tentativi dal momento che i numeri da inserire sono presenti tra quelli già forniti.



**D14. Osserva la retta dei numeri.**



**a. Quale numero corrisponde alla posizione del punto A sulla retta?**

- A. ☐ 1
- B. ☐ 10
- C. ☐  $10^2$
- D. ☐  $10^3$

**b. Quali tra questi numeri possono essere posizionati nella porzione di retta che vedi?**

		Si può posizionare	Non si può posizionare
a.	$9 \cdot 10^3$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	3 000	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	40 000	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d.	$2 \cdot 10^4$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**Ambito:** Numeri

**Livello di difficoltà:** a. Difficile

b. Facile

**Risposta corretta:** a. D

b. Si può – Si può – Non si può – Non si può



**Dimensione:** Conoscere

**Traguardo:** L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni.

**Formato:** Risposta univoca

**Scopo della domanda:** a. Individuare la metrica di una data retta dei numeri per posizionare un numero sulla retta  
b. Individuare i numeri che possono essere posizionati su una porzione della retta

**Commento**

Il primo item serve a esplorare la retta dei numeri data e a comprenderne la metrica. Gli studenti possono discutere sulla strategia da seguire per trovare la metrica. La strategia ottimale consiste nel contare il numero di intervalli tra 0 e  $10^4$  (10) e poi dividere  $10^4$  per tale numero, per ottenere  $10^3$ . Una volta individuata la metrica, è necessario un passaggio successivo: se l'intervallo tra una tacca e l'altra vale  $10^3$  o 1000, ogni tacca successiva corrisponde a un migliaio in più rispetto alla tacca precedente; quindi, troviamo 2000 o  $2 \times 10^3$ , 3000 o  $3 \times 10^3$ , e così via.

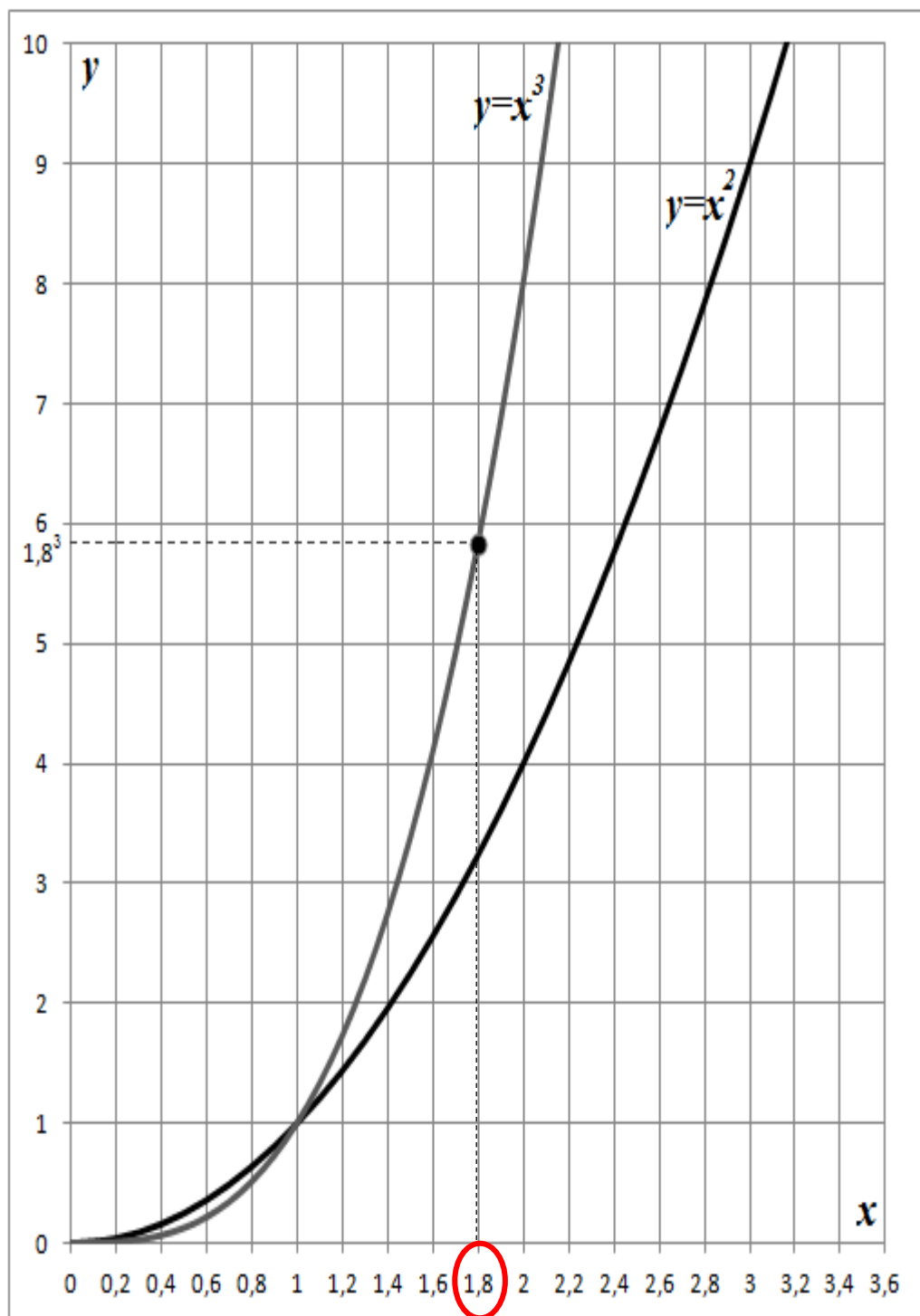
Lavorando in modo approfondito sul primo item, il secondo può risultare più semplice. L'unica difficoltà reale risiede nel passaggio da un numero rappresentato con una potenza di 10 allo stesso numero scritto in cifre (dovrebbe comunque essere una conoscenza acquisita dalla fine della classe prima della scuola secondaria di primo grado).



**DOMANDE RELAZIONI E FUNZIONI**

Per la risoluzione del seguente quesito, si sconsiglia l'uso della calcolatrice.

**D15.** Osserva la figura che mostra i grafici delle funzioni  $y = x^2$  e  $y = x^3$ .





Il grafico può essere utilizzato per stimare il risultato di alcune operazioni. Ad esempio, per conoscere all'incirca il risultato di  $1,8^3$ , basta considerare sull'asse  $x$  il numero 1,8 e trovare il numero corrispondente sull'asse  $y$  attraverso il grafico della funzione  $y=x^3$ . Il valore trovato sull'asse  $y$  è circa 5,8.

- a. Completa la tabella inserendo i risultati mancanti. La prima riga è già compilata come esempio.

	Operazione	Risultato
	$(1,8)^3$	circa 5,8
1.	$(1,6)^2$	circa .....
2.	$(1,6)^3$	circa .....
3.	$\sqrt{8}$	circa .....
4.	$\sqrt[3]{4}$	circa .....

- b. Facendo riferimento al grafico, inserisci al posto dei puntini una delle seguenti parole (simboli) in modo che l'affermazione sia vera.

**maggiore (>), minore (<), uguale (=)**

1. Se  $x = 0,67$  allora  $x^2$  è .....  $x^3$
2. Se  $x = 1$  allora  $x^2$  è .....  $x^3$
3. Se  $x = 1,86$  allora  $x^2$  è .....  $x^3$
4. Se  $x = 0$  allora  $x^2$  è .....  $x^3$





**Ambito:** Relazioni e funzioni

**Livello di difficoltà:** Difficile

**Risposta corretta:** a.  $1,6^2$  = si accettano valori compresi tra 2,4 e 2,7  
 $1,6^3$  = si accettano valori compresi tra 3,9 e 4,2  
radice di 8 = si accettano valori compresi tra 2,7 e 2,9  
radice terza di 4 = si accettano valori compresi tra 1,5 e 1,7

b. maggiore – uguale – minore - uguale

**Dimensione:** Conoscere

**Traguardo:** Utilizza e interpreta il linguaggio matematico (piano cartesiano, formule, equazioni, ...) e ne coglie il rapporto col linguaggio naturale.

**Formato:** Risposta univoca

**Scopo della domanda:** a. Ricavare valori numerici utilizzando il grafico di due funzioni date  
b. Confrontare quadrati e cubi di dati numeri attraverso i due grafici

### Commento

Lo scopo della domanda non è quello di calcolare il risultato di potenze o radici, ma utilizzare un grafico per ricavare tali risultati, per questo motivo si chiede agli studenti di non utilizzare la calcolatrice. La domanda mostra i grafici di due funzioni,  $y = x^2$  e  $y = x^3$ , ed è costituita da due diversi item. Il primo item richiede di individuare il valore di un quadrato, di un cubo, di una radice quadrata e di una radice cubica leggendo in modo opportuno i grafici proposti. Il secondo di confrontare quadrati e cubi di diversi numeri, sempre servendosi dei grafici. Prima di rispondere, è necessario che gli studenti esplorino i due grafici per capire che cosa ciascuno di essi rappresenti. La domanda è utile per lavorare con gli studenti sui concetti di potenza, di radice di un numero e sulle relazioni tra le stesse operazioni.



**D16.** La seguente formula permette di trovare la percentuale  $P$  di rifiuti da raccolta differenziata sul totale di rifiuti prodotti:

$$P = \frac{D}{R} \cdot 100$$

dove

- $D$  = quantità di rifiuti da raccolta differenziata
- $R$  = quantità totale di rifiuti prodotti

Quale tra le seguenti formule permette di trovare la quantità totale di rifiuti prodotti ( $R$ ) conoscendo  $D$  e  $P$ ?

A. ☐  $R = \frac{P}{D} \cdot 100$

B. ☐  $R = \frac{D}{P} \cdot 100$

C. ☐  $R = \frac{D}{P \cdot 100}$

D. ☐  $R = \frac{D \cdot P}{100}$

**Ambito:** Relazioni e funzioni

**Livello di difficoltà:** Difficile

**Risposta corretta:** B

**Dimensione:** Conoscere

**Traguardo:** Utilizza e interpreta il linguaggio matematico (piano cartesiano, formule, equazioni, ...) e ne coglie il rapporto col linguaggio naturale.

**Formato:** Scelta multipla

**Scopo della domanda:** A partire da una formula in cui sono coinvolte tre variabili, trovare una formula inversa

**Commento**



**INVALSI Istituto nazionale per la valutazione del sistema educativo di istruzione e di formazione**

*Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004*

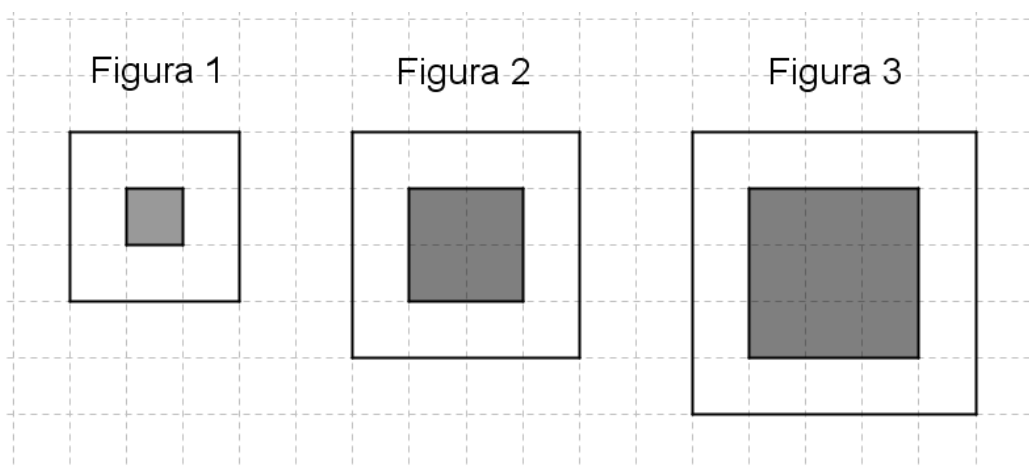
Questa domanda è utile per lavorare con gli studenti sulla manipolazione delle formule. Sembra una domanda facile, ma non si è rivelata tale agli studenti ai quali è stata somministrata. Infatti, solo il 23% degli studenti ha risposto in maniera corretta e quasi la metà degli studenti che hanno fornito una risposta errata (tra cui anche studenti di abilità alta) ha scelto l'opzione D.

Nella prassi didattica si utilizzano le formule per il calcolo di aree e perimetri, è importante però che non vengano utilizzate esclusivamente in modo algoritmico, ma che si rifletta con gli studenti sul fatto che tali formule rappresentano relazioni tra variabili, per esempio tra i lati di una figura e la sua area. Il docente dovrebbe anche sottolineare il passaggio da una formula alla sua inversa e viceversa. È importante lavorare con gli studenti sul fatto che manipolare una formula per trovare una data incognita equivale a risolvere un'equazione di primo grado applicando il primo e/o il secondo principio di equivalenza e dunque a trovare una variabile in funzione delle altre.

In relazione a questa domanda sono disponibili i video "Lettere e simboli" e "Dal linguaggio verbale al linguaggio simbolico" sul sito Invalsi Open al seguente link: <https://www.invalsiopen.it/percorsi-strumenti-invalsi/matematica/video-formativi-matematica/>.



**D17.** Queste sono le prime tre figure di una sequenza. Ogni figura della sequenza è sempre composta da un quadrato grigio circondato da una cornice di quadretti bianchi.



- a. Nella figura 10 della sequenza il quadrato grigio è formato da 100 quadretti. Quanti sono i quadretti bianchi della sua cornice?

Risposta: ..... quadretti bianchi

- b. Quale tra le seguenti formule esprime il numero dei quadretti bianchi  $B$  della cornice della Figura  $n$  della sequenza?

A. ☐  $B = 4(n+1)$

B. ☐  $B = 2(n+1)$

C. ☐  $B = n^2 + 2$

D. ☐  $B = n^2 + 4$

**Ambito:** Relazioni e funzioni

**Livello di difficoltà:** Difficile

**Risposta corretta:** a. 44

b. A

**Dimensione:** Risolvere problemi



**Traguardo:** a. Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi.

b. Utilizza e interpreta il linguaggio matematico (piano cartesiano, formule, equazioni, ...) e ne coglie il rapporto col linguaggio naturale.

**Formato:** a. Risposta univoca

b. Scelta multipla

**Scopo della domanda:** a. Riconoscere la regolarità in una sequenza di figure per individuare la figura in una data posizione

b. Esprimere la relazione tra due variabili in una sequenza di figure con una formula (tra un numero di quadretti di una figura e la posizione della figura)

### Commento

Tra gli obiettivi delle *Indicazioni Nazionali*, addirittura della V primaria, c'è il seguente: "Riconoscere e descrivere regolarità in una sequenza di numeri o di figure". Il primo item indaga proprio il raggiungimento o meno di questo obiettivo. Per rispondere correttamente è necessario mettere in relazione il numero della figura con il numero di quadretti grigi e con il numero di quadretti bianchi della sua cornice (l'utilizzo di "sempre" nella presentazione della sequenza richiama una regolarità per questa relazione). Il numero di quadretti grigi è uguale al quadrato del numero della figura (1 nella Figura 1, 4 nella Figura 2, 9 nella Figura 3, ecc.). Il numero di quadretti bianchi è uguale al numero della figura moltiplicato 4 volte a cui vanno sommati altri 4 quadretti, quelli negli angoli. Quindi, nel caso della Figura 10, il numero dei quadretti bianchi della cornice sarà uguale a  $10 \times 4 + 4$ .

Una volta compresa questa regolarità, il secondo quesito, che chiede di scrivere la formula per individuare il numero di quadretti bianchi della cornice della Figura  $n$ , esprime la stessa regolarità utilizzando i simboli  $n \times 4 + 4$  o  $4(n + 1)$ . Uno degli obiettivi per la III secondaria di I grado delle *Indicazioni Nazionali* è d'altra parte: "Interpretare, costruire e trasformare formule che contengono lettere per esprimere in forma generale relazioni e proprietà". Quindi, questa domanda è utile anche per comprendere l'utilità delle formule, e dell'algebra, come strumento per generalizzare.



**DOMANDE DATI E PREVISIONI**

**D18.** La tabella riporta i dati relativi alla produzione e allo smaltimento dei rifiuti in discarica nelle regioni del Nord Italia, nel 2011.

**Rifiuti prodotti e smaltiti in discarica (migliaia di tonnellate) nel 2011**

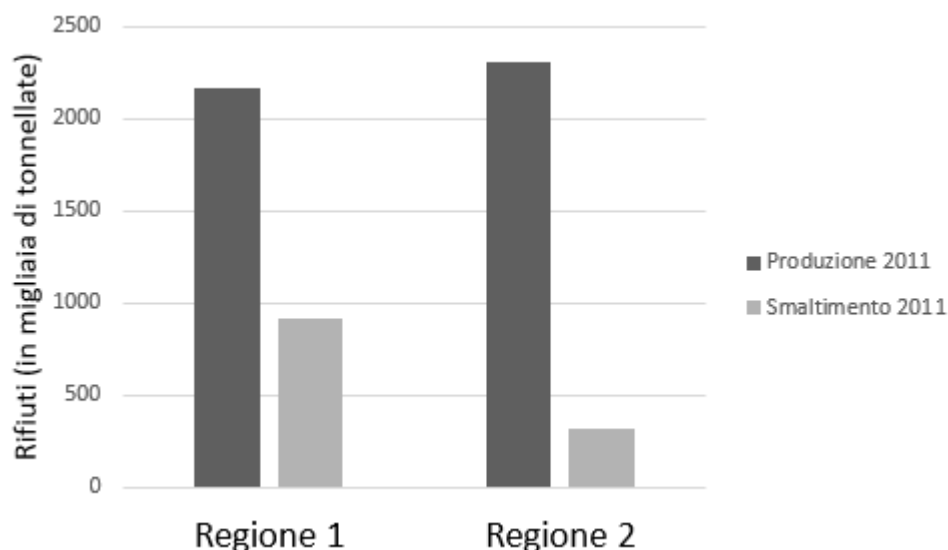
Regioni del Nord Italia	2011	
	Rifiuti prodotti	Rifiuti smaltiti in discarica
Piemonte	2 160	910
Valle d'Aosta	78	45
Lombardia	4 824	322
Trentino-Alto Adige	522	134
Veneto	2 305	318
Friuli-Venezia Giulia	575	71
Liguria	962	714
Emilia-Romagna	2 919	727
Totale Nord Italia	14 345	3 241

**a.** Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

		V	F
a.	In Valle d'Aosta sono state prodotte 78 000 tonnellate di rifiuti	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	In Liguria più della metà dei rifiuti prodotti è stata smaltita in discarica	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	In Lombardia e in Friuli-Venezia Giulia è stato prodotto complessivamente il 50% del totale dei rifiuti del Nord Italia	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d.	Nel Nord Italia sono stati smaltiti in discarica più di 3 milioni di tonnellate di rifiuti	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



- b. Il grafico rappresenta i dati relativi alla produzione e allo smaltimento dei rifiuti in discarica in due regioni del Nord Italia.



In base ai dati riportati in tabella, quali sono le regioni considerate nel grafico?

Regione 1: .....

Regione 2: .....

- c. Nel 2011 i rifiuti smaltiti in discarica nel Nord Italia sono stati circa il 25% dei rifiuti smaltiti in discarica in tutta Italia.

Quante migliaia di tonnellate di rifiuti all'incirca sono state smaltite in discarica in tutta Italia nel 2011?

- A. ☐ Circa 2 400
- B. ☐ Circa 13 000
- C. ☐ Circa 3 600
- D. ☐ Circa 10 000



**Ambito:** Dati e previsioni

**Livello di difficoltà:** a. Medio b. Facile c. Medio

**Risposta corretta:** a. Vero-Vero-Falso-Vero

b. Piemonte e Veneto

c. B

**Dimensione:** Risolvere problemi

**Traguardo:** Analizza e interpreta rappresentazioni di dati per ricavarne misure di variabilità e prendere decisioni

**Formato:** a. Scelta multipla complessa (la risposta è corretta se sono corrette tutte e 4 le risposte)

b. Risposta univoca

c. Scelta multipla

**Scopo della domanda:** a. Analizzare una tabella per ricavare informazioni sulla veridicità o meno di date affermazioni

b. Utilizzare le informazioni in tabella per interpretare un grafico

c. Note una percentuale e il valore corrispondente, calcolare il valore totale

### **Commento**

Questa domanda è composta da tre diversi item tutti riguardanti l'analisi di alcuni dati relativi alla raccolta dei rifiuti nelle regioni del Nord Italia, dati che sono riportati in una tabella. Il primo item chiede di verificare la veridicità di alcune affermazioni che riguardano una lettura corretta dei dati in tabella. La difficoltà di questo item è legata al fatto che i dati, come scritto nella presentazione della tabella, sono forniti in migliaia di tonnellate, quindi è necessario moltiplicare per 1 000 i numeri in tabella per interpretarli correttamente.

Il secondo item presenta un grafico che riguarda i dati di due diverse regioni e chiede di identificare queste ultime. Per rispondere correttamente è necessario mettere in relazione i dati in tabella con quelli rappresentati sul grafico. L'item non è complesso perché nella tabella ci sono solo due regioni la cui produzione di rifiuti supera le 2 000 migliaia di tonnellate, ma è inferiore a 2 500 migliaia di tonnellate, quindi la loro identificazione è pressoché immediata.

Il terzo item infine riguarda il calcolo della quantità totale di rifiuti smaltiti in discarica in tutta Italia conoscendo la percentuale che rappresenta la quantità prodotta nel Nord Italia e riportata in tabella. Il calcolo può anche essere fatto a mente: si tratta di fornire una stima, non una cifra esatta. Poiché il 25% corrisponde a un quarto, è sufficiente moltiplicare per 4 il valore corrispondente al "Totale Nord Italia" nella colonna "Rifiuti smaltiti in discarica".





**D19. Un Istituto Comprensivo è costituito da una scuola primaria e una scuola secondaria di I grado.**

**Le seguenti tabelle mostrano la ripartizione tra docenti laureati e docenti diplomati nella scuola primaria e nella scuola secondaria di I grado.**

Docenti Scuola Primaria		
% laureati	% diplomati	% TOTALE
46,2	53,8	100,0

Docenti Scuola Secondaria di I grado		
% laureati	% diplomati	% TOTALE
95,8	4,2	100,0

**Utilizzando i dati a disposizione è possibile calcolare la percentuale di docenti diplomati dell'intero Istituto Comprensivo?**

**Nella tabella che segue indica la sola argomentazione che giustifica la risposta corretta.**

Sì, perché ...		No, perché ...	
A.	<input type="checkbox"/> per calcolare la percentuale è sufficiente fare la somma di 53,8 e 4,2	C.	<input type="checkbox"/> per calcolare la percentuale è necessario conoscere il numero totale di docenti diplomati dell'intero Istituto
B.	<input type="checkbox"/> per calcolare la percentuale è necessario calcolare la media delle due percentuali, cioè $(53,8+4,2):2$	D.	<input type="checkbox"/> per calcolare la percentuale è necessario conoscere il numero di docenti nella primaria e il numero di docenti nella secondaria



**INVALSI** Istituto nazionale per la valutazione del sistema educativo di istruzione e di formazione

*Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004*

**Ambito:** Dati e previsioni

**Livello di difficoltà:** Difficile

**Risposta corretta:** D

**Dimensione:** Argomentare

**Traguardo:** Analizza e interpreta rappresentazioni di dati per ricavarne misure di variabilità e prendere decisioni

**Formato:** Scelta multipla

**Scopo della domanda:** Applicare il significato di percentuale in un contesto dato per ricavare informazioni utili a comprendere la veridicità o meno di un'affermazione

### **Commento**

Tra gli obiettivi delle *Indicazioni Nazionali* c'è un obiettivo specifico che riguarda la percentuale: "Comprendere il significato di percentuale e saperla calcolare utilizzando strategie diverse". Tuttavia, questa domanda risulta difficile per gli studenti della classe terza secondaria di I grado, perché il significato di percentuale è molto più profondo rispetto al suo utilizzo spesso legato al calcolo. La domanda non richiede alcun calcolo in questo caso, ma piuttosto di capire se sia possibile o meno calcolare una percentuale con i dati a disposizione. Può anche essere somministrata dopo la domanda D11 in cui invece gli studenti devono calcolare delle percentuali, e il ragionamento che soggiace il calcolo in quel contesto può rinforzare il concetto di percentuale.

La domanda si presta inoltre a leggere con gli studenti una affermazione per volta, ad esempio per discutere situazioni che la renderebbero corretta. Altro aspetto interessante è la possibilità, in questo caso, di sottolineare la necessità di calcolare una percentuale sempre rispetto a una quantità di partenza e l'indipendenza di due percentuali riferite a quantità diverse. Nel contesto dato, infatti, per poter calcolare la percentuale di docenti diplomati dell'intero Istituto è necessario conoscere il numero totale di docenti della scuola primaria e quello della scuola secondaria di I grado.

In relazione a questa domanda è disponibile il video "Argomentare in aritmetica" sul sito Invalsi Open al seguente link: <https://www.invalsiopen.it/percorsi-strumenti-invalsi/matematica/video-formativi-matematica/>.



**D20. Sofia ha 10 confezioni di caramelle. Il numero medio di caramelle contenute nelle dieci confezioni è 41.**

**La tabella mostra il numero di caramelle contenute in 9 confezioni.**

Numero di caramelle contenute nelle confezioni	Frequenza
39	3
40	2
41	1
42	1
44	2

**Quante caramelle contiene la decima confezione?**

- A. ☐ 40
- B. ☐ 41
- C. ☐ 42
- D. ☐ 43

**Ambito:** Dati e previsioni

**Livello di difficoltà:** Difficile

**Risposta corretta:** C

**Dimensione:** Risolvere problemi

**Traguardo:** Analizza e interpreta rappresentazioni di dati per ricavarne misure di variabilità e prendere decisioni

**Formato:** Scelta multipla

**Scopo della domanda:** Calcolare un dato nota la media

**Commento**

Questa domanda riguarda il concetto di media, ma non il calcolo diretto della media, bensì quello di uno dei dati che concorre a quel valore medio. Per poter rispondere correttamente è quindi necessario conoscere il significato di media. La difficoltà della domanda risiede nel fatto ulteriore che gli studenti devono prendere in considerazione la frequenza con cui si presentano i dati già forniti.



**INVALSI Istituto nazionale per la valutazione del sistema educativo di istruzione e di formazione**

*Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004*

Uno degli obiettivi del grado 8 delle *Indicazioni Nazionali* recita: “Eseguire addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni, divisioni, ordinamenti e confronti tra numeri conosciuti (numeri naturali, numeri interi, frazioni e numeri decimali), quando possibile a mente oppure utilizzando gli usuali algoritmi scritti, le calcolatrici e i fogli di calcolo e valutando quale strumento può essere più opportuno”.

Questo quesito si presta proprio per far ragionare gli studenti su quale sia lo strumento più opportuno per risolverlo e la conclusione dovrebbe essere che è la calcolatrice, l'importante è che gli studenti siano in grado manipolare l'ordine delle operazioni eventualmente attraverso l'utilizzo delle parentesi.



**D21. Giovanni lancia due dadi non truccati contemporaneamente.**



Giovanni afferma che la probabilità che sulle facce escano due numeri pari è la stessa che escano un numero pari e un numero dispari.

Giovanni ha ragione?

Nella tabella che segue indica la sola argomentazione che giustifica la risposta corretta.

Giovanni ha ragione perché ...	Giovanni non ha ragione perché ...
A. <input type="checkbox"/> su ciascun dado ci sono tre numeri pari e tre numeri dispari	C. <input type="checkbox"/> la probabilità che escano due numeri pari è la stessa che escano due numeri dispari
B. <input type="checkbox"/> la probabilità che escano un numero pari e un numero dispari è $1/2$	D. <input type="checkbox"/> la probabilità che escano due numeri pari è la metà della probabilità che escano un numero pari e un numero dispari

**Ambito:** Dati e previsioni

**Livello di difficoltà:** Difficile

**Risposta corretta:** D

**Dimensione:** Argomentare

**Traguardo:** Analizza e interpreta rappresentazioni di dati per ricavarne misure di variabilità e prendere decisioni

**Formato:** Scelta multipla



**INVALSI** Istituto nazionale per la valutazione del sistema educativo di istruzione e di formazione

*Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004*

**Scopo della domanda:** Individuare l'argomentazione corretta che giustifica un'affermazione su un confronto di probabilità

### **Commento**

Per rispondere correttamente alla domanda è necessario costruire lo spazio degli eventi, in modo da toccare con mano che il numero di casi in cui, con il lancio di due dadi, possono uscire due numeri pari è la metà del numero di casi in cui possono uscire un numero pari su un dado e un numero dispari sull'altro (o viceversa). Tutte le argomentazioni sono affermazioni vere sulla probabilità in questo contesto, ma solo una di esse giustifica la risposta corretta: "Giovanni non ha ragione perché".

In relazione a questa domanda è disponibile il video "La probabilità" sul sito Invalsi Open al seguente link: <https://www.invalsiopen.it/percorsi-strumenti-invalsi/matematica/video-formativi-matematica/>

oppure sul canale YouTube: <https://www.youtube.com/watch?v=3WY-yPBeyLY&t=13s>.